

CONTROL ROBUSTO QFT PARA ESTABILIZACIÓN DE UN CUADRICÓPTERO UTILIZANDO TÉCNICAS DE PROTOTIPADO RÁPIDO

Rafael Augusto Núñez Rodríguez, Fabio Alfonso González, Eder Fabián García Castro, Alfredo Gómez Delgado

Resumen— Se presenta la implementación de un control robusto basado en la técnica QFT, para un cuadricóptero equipado con sensores inerciales que determinan el ángulo de inclinación y la velocidad angular del vehículo. Para validar el controlador de cuadricóptero se dispone de un entorno controlado; sometiéndolo a pruebas se obtuvieron tiempos de asentamiento rápidos frente a perturbaciones externas.

Palabras clave—Cuadricóptero, Embedded Coder, Estabilidad robusta, IMU, Prototipado rápido, QFT,

Introducción

En las últimas décadas el uso del cuadricóptero ha aumentado, esto debido a los diferentes usos y proyectos de ingeniería que han surgido utilizando estas aeronaves; como por ejemplo Eugenio Alcalá Baselga [1] y Juan Carmona Fernández [2] propusieron controlar el cuadricóptero a través de Wi-Fi por medio de un dispositivo móvil; por otro lado Jesús Norberto Guerrero propuso un controlador PD con compensación de gravedad para la estabilidad; Felipe Jaramillo Gómez y Álvaro Gómez Yepes [3] implementaron un Sistema de control para la estabilidad y orientación con un control en cascada utilizando un control PID por ganancia programada y otro control PID auto sintonizado por lógica difusa; Verónica Gabriela Ortiz Padilla, y Paula Arévalo [4] utilizaron la metodología de la ingeniería concurrente para definir por completo el problema de la maniobrabilidad y finalmente Juan López Otero [5] utilizó la técnica QFT para seguimiento de referencias de altitud, esta técnica es conocida como la Teoría de Realimentación Cuantitativa (Quantitative Feedback Theory) [6], inicialmente desarrollada por Horowitz[7], es una técnica de diseño en el dominio de la frecuencia para sistemas donde la planta presenta incertidumbres y se ve afectada por perturbaciones [8].

En este trabajo se muestran los resultados de la implementación de un controlador robusto QFT en un cuadricóptero, montado sobre una estructura de 2 grados de libertad, donde se busca la estabilidad de la inclinación y el rechazo a perturbaciones a la salida.

Modelo Matemático

El modelo matemático se obtuvo a través de la dinámica del cuadricóptero, la cual relaciona el torque generado por la fuerza de empuje de los motores Sunnysky 980 Kv y el ángulo de inclinación, medido por el sensor inercial MPU6050, que contiene un acelerómetro y un giroscopio. Para el presente proyecto se utilizó la configuración en cruz que consiste en dos motores por eje utilizando una estructura F450. Acoplado sobre una estructura de donde se suspende el cuadricóptero.

La dinámica se puede expresar mediante la ecuación (1) que explica Jaramillo [9]; de este modo, el ángulo de inclinación $\phi(x)$ depende de la diferencia de empuje de los motores 4 y 2 denominado

Control robusto QFT para estabilización de un cuadricóptero utilizando técnicas de prototipado rápido

Ω_x , y el ángulo de inclinación $\theta(y)$ depende de la diferencia de empuje de los motores 1 y 3 denominado Ω_y como se aprecia en la figura 1.

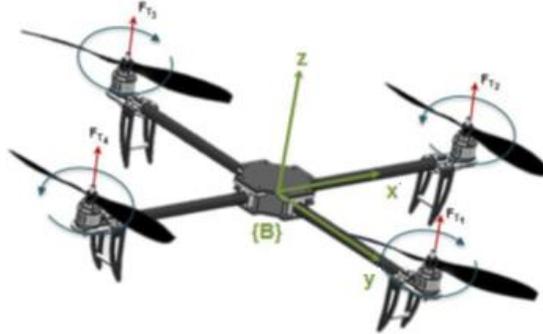


Fig. 1 Dinámica del rotacional

$$T = \begin{bmatrix} \tau\phi \\ \tau\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l(F_{T4} - F_{T2}) \\ l(F_{T1} - F_{T3}) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Siendo l la distancia desde el centro de gravedad hasta el centro del motor, $F_{T1}, F_{T2}, F_{T3}, F_{T4}$ la fuerza de empuje de cada motor; La ecuación (1) es la base de la ecuación de salida, la cual se relaciona la segunda derivada de la inclinación con el torque τ y la inercia I_{xx}, I_{yy} ejercida por el eje (2).

$$\dot{x} = \begin{cases} \ddot{\phi} = \tau\phi I_{xx}^{-1} \\ \ddot{\theta} = \tau\theta I_{yy}^{-1} \end{cases} \quad (2)$$

Para obtener la planta en el dominio de la frecuencia se utiliza la transformada de Laplace. (3) y (4)

$$H\phi = \frac{\phi(s)}{\Omega_x(s)} = \frac{l}{I_{xx}s^2} \quad (3)$$

$$H\theta = \frac{\theta(s)}{\Omega_y(s)} = \frac{l}{I_{yy}s^2} \quad (4)$$

Por tanto cada eje del cuadricóptero es un sistema con doble integrador, cuyas incertidumbres para el proceso serán: la distancia desde el centro del motor hasta el centro de masa denominado l y los momentos de inercia de los ejes I_{xx}, I_{yy} .

Diseño del controlador QFT

Para el diseño del controlador QFT se utiliza la toolbox (QFT Control Toolbox) de García-Sanz [10], que se ejecuta desde MATLAB; esta toolbox establece una serie de pasos basada en la metodología QFT como se ilustra en la figura 2:

Control robusto QFT para estabilización de un cuadricóptero utilizando técnicas de prototipado rápido

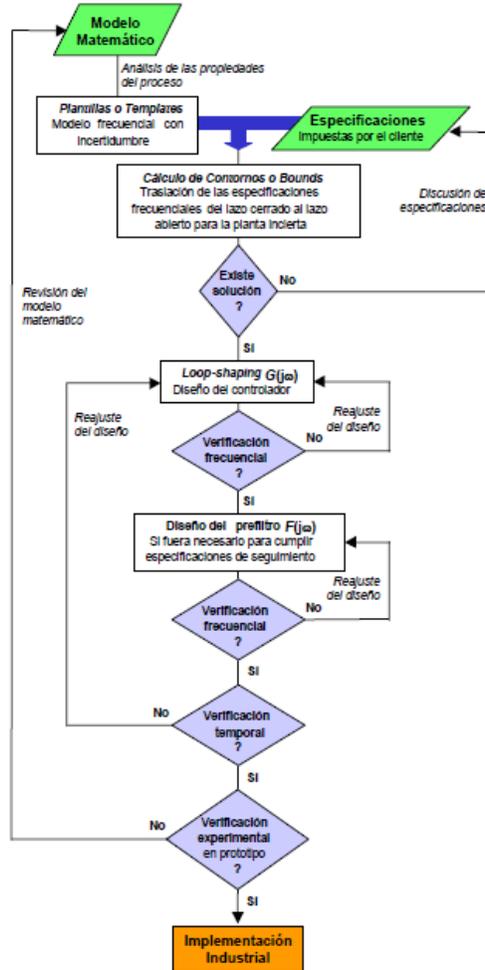


Fig. 2 Metodología QFT

Definir la Planta e Incertidumbres

Se introduce la planta calculada matemáticamente (3), se establece la planta nominal donde l es 0.2275m y las inercias I_{xx} ó I_{yy} que mediante las ecuaciones planteadas por Brito [11] se determinaron en $0.005827 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$, se da un rango de incertidumbre del $\pm 50\%$, se agrega un retardo correspondiente al sensor y al tiempo de muestreo del sistema de 0.0215 seg y finalmente se establecen las frecuencias de trabajo desde 0.01 rad/seg hasta 10 rad/seg.

Especificaciones

Definida la planta y generadas las plantillas se introducen las especificaciones; que para la estabilidad robusta Bieron [12] aconseja un margen de fase de 45° y un margen de ganancia de 5dB como mínimo, por lo que se escoge un margen de fase de 52° y un margen de ganancia de 5dB, con estos valores se obtiene la sensibilidad complementaria y permite establecer condiciones de estabilidad robusta y limitaciones del ancho de banda del sistema en lazo cerrado; para la especificación de perturbaciones a la salida definida en (5) se utiliza una función de transferencia definida en (6) para que el controlador responda más agresivamente frente a las perturbaciones de baja frecuencia que son amplificadas por el sistema basándose en los criterios de Jhon[13].

Control robusto QFT para estabilización de un cuadricóptero utilizando técnicas de prototipado rápido

$$\left| \frac{1}{1+P*G} \right| < \delta \mathbf{2}(w) \quad (5)$$

$$G_{\delta 2}(s) = \frac{40s+0.1}{0.01s+20} \quad (6)$$

Diseño (loop-shaping)

Generados los contornos mediante las especificaciones se procede a diseñar el controlador; por medio de la técnica “loop-shaping” que consiste en agregar polos y ceros que modifican el diagrama de Nichols Chart de la planta, se deben cumplir los contornos generados por las especificaciones dadas anteriormente para cada frecuencia de interés como lo explica Martínez [14], ubicándolos por encima y a la derecha de ellos, esto se aprecia en la figura 3.

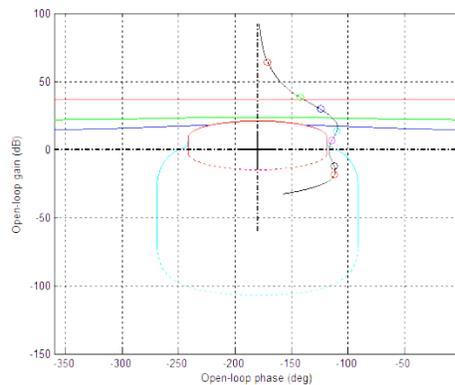


Fig. 3. Controlador QFT sintetizado mediante loop-shaping

Siguiendo estas indicaciones se obtuvo la función de transferencia del controlador (6) y se procede a implementarse para su validación.

$$QFT(s) = \frac{0.02438s^2+0.06695s+0.004012}{0.001347s^2+0.8392s+1} \quad (6)$$

El controlador es discretizado a 0.025 seg para implementarlo en una tarjeta Piccolo C28027 por lo que queda (7).

$$QFT(z) = \frac{9.204z^2-18.34z+9.141}{z^2-1.208z+0.2107} \quad (7)$$

Según Benjumea [15] se recomienda adicionar otro lazo de control cuando se trata de estabilizar ángulos de inclinación en cuadricópteros para compensar la inestabilidad propia del sistema ya que este suele no responder como se espera al modificar sus variables por lo que se decide implementar un controlador proporcional en paralelo que corrija el ángulo mientras que el controlador QFT se encargaría de las variaciones del ángulo con respecto al tiempo. Mediante pruebas se determinó

Control robusto QFT para estabilización de un cuadricóptero utilizando técnicas de prototipado rápido para el eje de ϕ la constante proporcional equivale a 0.09 y para el eje θ a 0.1.

Implementación

El proyecto se propone tal y como se observa en la figura 4, donde a cada motor recibe una constante de empuje que mantiene los motores encendidos cuando el cuadricóptero se encuentre estable.

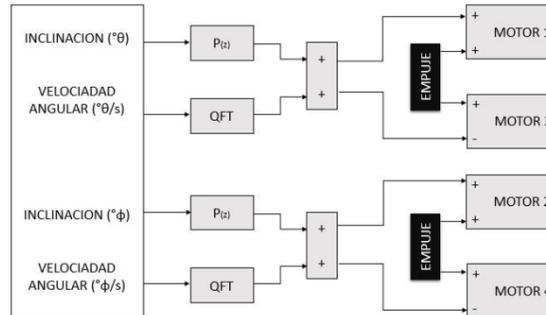


Fig. 4. Representación del sistema implementado.

Utilizando la librería Embedded Coder de Simulink se procede a configurar la IMU mediante comunicación I2C; se configuran las sensibilidades del acelerómetro a 4g y el giroscopio a 250°/s y se habilita el filtro pasa bajas de 5 Hz que mitiga algo del ruido causado por las vibraciones generadas por los motores. Los ángulos de inclinación se determinan con el acelerómetro mediante la función atan2 tal y como explica Vela P. [16], tal y como se muestra en (8) y (9).

$$\phi = \text{atan2} \frac{\text{acc}_z}{\text{acc}_x} \quad (8)$$

$$\theta = \text{atan2} \frac{\text{acc}_z}{\text{acc}_y} \quad (9)$$

Se emplea un filtro complementario que fusiona las medidas del acelerómetro y el giroscopio dando una mejor fiabilidad en la medición que según Gaydou [17] es indispensable para este tipo de sistemas vulnerables al ruido; este filtro se ilustra en la Fig. 5.

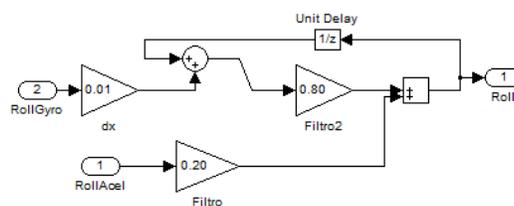


Fig. 5. Filtro complementario.

Adicionalmente se agrega un filtro Kalman propio de Simulink para mejorar aún más la señal, basado en David Pozo [18] que explica que son excelentes para este tipo de sistemas ya que son filtros robustos al tener en cuenta la covarianza del proceso y la covarianza del ruido.

Finalmente se procede a calibrar los motores y se relaciona la fuerza de empuje ejercida por los motores con la hélice 1045 utilizada, se determina el valor PWM necesario que debe ser ingresado por el controlador para generar dicha fuerza de empuje, esto se ilustra en la figura 6.

Control robusto QFT para estabilización de un cuadricóptero utilizando técnicas de prototipado rápido

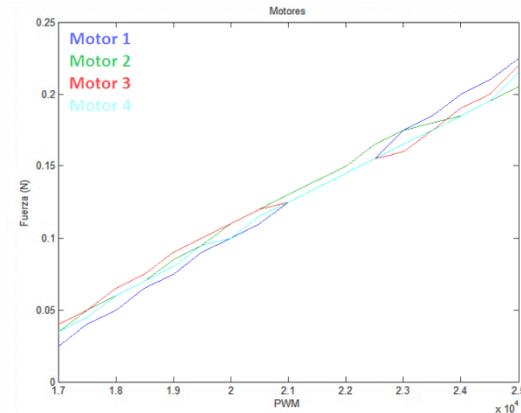


Fig. 6 Relación Empuje vs PWM

Resultados

Para la validación de control se realiza la prueba de estado estable de los dos ejes, como se aprecia en la figura 7 y figura 8, siendo la varianza del ángulo de color rojo con respecto a la referencia de color azul.

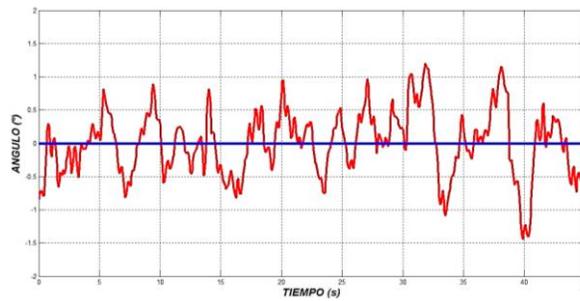


Fig. 7. Error en estado estable eje x.

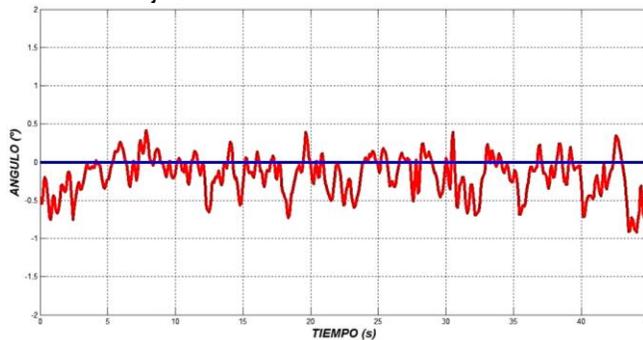


Fig. 8. Error en estado estable eje y.

Se observan que las variaciones del ángulo son de $\pm 1^\circ$ sobre el eje de referencia, variación muy pequeña por lo que el cuadricóptero se mantendrá estabilizado.

De forma más completa se muestra la señal de cada controlador cuando se encuentra estabilizado como se muestran en la figura 9 para el eje ϕ (Roll) y en la figura 10 para el eje θ (Pitch); Donde la primera grafica muestra el ángulo de inclinación del eje en grados, la segunda grafica muestra la velocidad angular del eje, la tercera grafica muestra la señal de control del controlador proporcional

Control robusto QFT para estabilización de un cuadricóptero utilizando técnicas de prototipado rápido
y la cuarta grafica muestra la señal de control del controlador QFT.

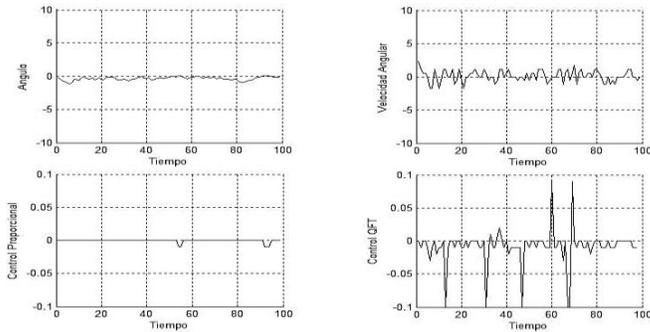


Fig. 9. Control eje X estable.

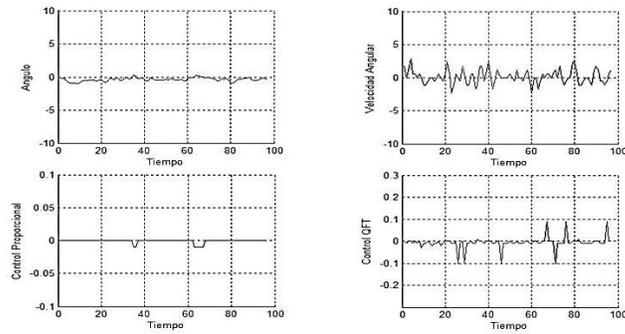


Fig. 10. Control eje Y estable.

Al estar estabilizado el eje, las señales de control son relativamente pequeñas, (nunca superiores a 0.1) debido a que no hay perturbaciones y el eje se encuentra estabilizado; el controlador proporcional entrega valores aún más pequeños que ayudan a corregir el error del ángulo de inclinación.

Se procede a revisar la respuesta del controlador frente a perturbaciones externas como muestran la figura 11 y figura 12, evaluando su respuesta ante un escalón, para esto se ubica el eje en un ángulo y se suelta para ver el tiempo que tarda en regresar a la posición de estabilidad.

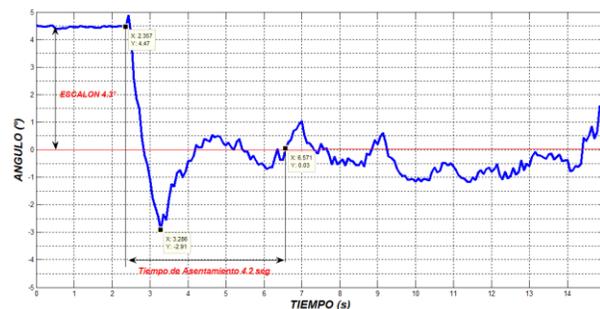


Fig. 11. Respuesta a perturbación en X.

Control robusto QFT para estabilización de un cuadricóptero utilizando técnicas de prototipado rápido

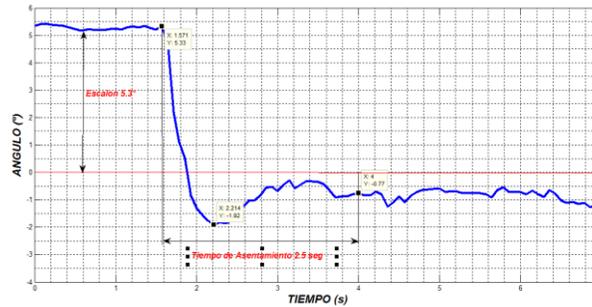


Fig. 12. Respuesta a perturbación en Y

Como se puede observar, el tiempo de establecimiento es aproximadamente de 2 a 4 segundos dependiendo de la perturbación.

Se procede a un análisis más profundo, analizando los controladores por separado esto se muestra la figura 13 para el eje ϕ (Roll) y en la figura 14 para el eje θ (Pitch); Donde la primera grafica muestra el ángulo de inclinación del eje en grados, la segunda grafica muestra la velocidad angular del eje, la tercera grafica muestra la señal de control del controlador proporcional y la cuarta grafica muestra la señal de control del controlador QFT.

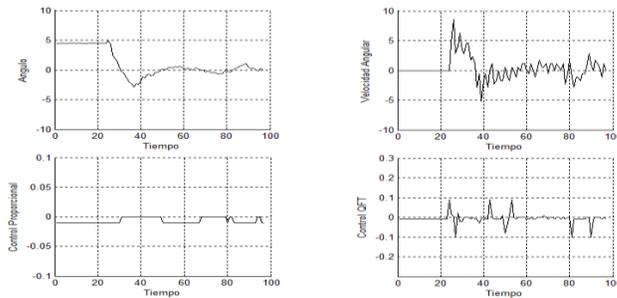


Fig. 13. Análisis de perturbación eje X

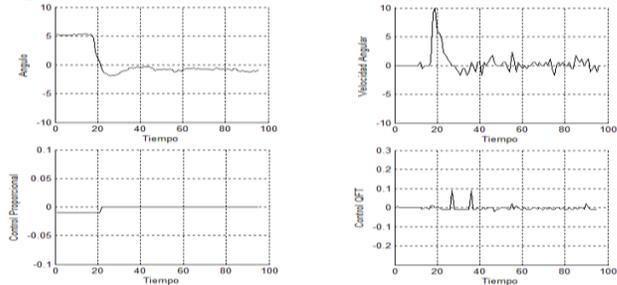


Fig. 14. Análisis de perturbación eje Y

Se observa cómo reaccionan los controladores ante un escalón, se verifica que el controlador QFT es quien genera la señal de control para rechazar esta perturbación, la cual se determina por la velocidad angular, mientras que el controlador proporcional genera señal de control cuando el ángulo es diferente de 0° dando estabilidad al sistema, teniendo un tiempo de estabilización de 3 a 4 segundos.

Control robusto QFT para estabilización de un cuadricóptero utilizando técnicas de prototipado rápido

Conclusiones

Se debe escoger una estructura de pruebas que no modifique o agregue propiedades físicas al sistema como por ejemplo mover el centro de masa del centro de rotación.

Debido a la intensidad del ruido en la medición del ángulo y la velocidad angular, no se logró obtener un valor confiable, con una técnica de filtrado convencional, por esto fue necesario utilizar aparte del filtro incorporado en la IMU, un filtro complementario en la programación del proyecto para así obtener un valor confiable; adicionalmente se utiliza un filtro Kalman para suavizar la señal que generan dichos sensores.

El controlador diseñado presento una rápida respuesta ante perturbaciones externas, estabilizando el sistema en un tiempo de asentamiento de 2 a 5 segundos dependiendo de la perturbación, reflejándose desde el punto de vista físico en un error en estado estable de $\pm 1.5^\circ$ de inclinación en cada eje del cuadricóptero.

El controlador diseñado a pesar de que controla dos ejes simultáneamente presento menor error en estado estable para el eje Y (pitch) de $\pm 1^\circ$ de inclinación, en comparación con el eje x (roll), que presento $\pm 1.5^\circ$.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1]. Baselga Alcalá, E. (2014). *Desarrollo e implementación de un Cuadricóptero*. Teruel, España.
- [2]. Carmona Fernández, J. (2013). *Diseño de un sistema de control para un Cuadricóptero*. Madrid, España.
- [3]. Jaramillo, F.G, y Gómez, A,Y. (2013). Sistema de control para la estabilidad y orientación de un helicóptero quadrotor.
- [4]. Ortiz Padilla & Arévalo, V. G. (2014). Diseño y construcción de un cuadricóptero a control remoto.
- [5]. López, J. O. (2012). *Diseño, implementación y prueba de técnicas de control robusto aplicadas a la operación de un UAV (Unmanned air Vehicle)*.
- [6]. Chen, W. H., and Ballance, D. J. (1999). Plant template generation for uncertain plants in Quantitative Feedback Theory. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol.121, pp.358-364.
- [7]. Horowitz, I.M. (1959). Fundamental theory of linear feedback control systems. I.R.E. Transactions on Automatic Control, Vol.4, pp.5-19.
- [8]. Muñoz Mansilla, Rocío. (2007). Control multivariable mediante técnicas QFT: Aplicaciones sistemas navales. E.T.S.I Informática, pp.27.
- [9]. Jaramillo, F.G, y Gómez, A,Y. (2013). Sistema de control para la estabilidad y orientación de un helicóptero quadrotor, pp.68-73.
- [10]. Mario Garcia-Sanz, Augusto Mauch, Christian Philippe, et al. (2011), the QFT Control Toolbox (QFTCT) for MATLAB®. Case Western Reserve University.
- [11]. Brito Domínguez, J. M. (2009). Quadrotor Prototype, pp.37-38.
- [12]. Biernson G. (1988). Principles of Feedback Control. Vol (1), Wiley.

Control robusto QFT para estabilización de un cuadricóptero utilizando técnicas de prototipado rápido

- [13]. Jhon J. D'azzo, Constantine H. Houppis. (2003) Linear control System analysis and design with Matlab.
- [14]. Martínez, M. G. (2001). Síntesis de controladores robustos mediante el análisis de la compatibilidad de especificaciones e incertidumbre (Doctoral dissertation, Universidad Pública de Navarra).
- [15]. Benjumea, J. (2011). Control de trayectorias de un vehículo aéreo no tripulado de alas rotatorias tipo quadrotor en ambientes exteriores. Envigado, Colombia.
- [16]. Vela, P.R. (2013). Sistema de Detección de Movimientos Basado en Sensores Inerciales Integrados, pp.63-66.
- [17]. Gaydou, D., Redolfi, J., & Henze, A. (2011). Filtro complementario para estimación de actitud aplicado al controlador embebido de un cuatrirrotor. Congr. Argentino de Sist. Embebidos.
- [18]. Pozo D., Sotomayor N., Rosero J., Morales L. (2014). Medición de Ángulos de Inclinación por Medio de Fusión Sensorial Aplicando Filtro de Kalman. Vol (33).